

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К НЕПРЕРЫВНОМУ ВЕСОВОМУ ДОЗИРОВАНИЮ

А.Н. Пчелинцев

Тамбовский государственный технический университет
(Тамбов, ул. Советская, д.106)

Для успешной промышленной реализации термохимической конверсии биомасс необходимо обеспечить равномерную загрузку биомассы в реактор. Результаты многолетних исследований процесса дозирования зернистых материалов показывают, что за счет использования технологии двухстадийного непрерывного весового дозирования, разработанной в ТГТУ [1, 2], можно обеспечить непрерывную и равномерную загрузку биомассы в реактор.

Сущность данной технологии заключается в том, что на первой стадии весовым порционным дозатором формируются отдельные порции сыпучего материала весом ΔP , а на второй стадии эти порции преобразуются в непрерывный поток. В качестве преобразователя используется вращающаяся труба или наклонный вибрирующий лоток. Процесс преобразования отдельных порций в непрерывный поток описывается с использованием математического аппарата случайных марковских процессов. Решая обратную задачу, можно по требуемому виду непрерывного потока найти регламент загрузки отдельных порций в преобразователь. Такая задача является актуальной на сегодняшний день.

Рассмотрим процесс преобразования отдельной порции сыпучего материала на вибрирующем лотке, который наклонен к горизонту под углом, меньшим, чем угол трения движения. Ссыпавшийся край лотка шарнирно закреплен. Таким образом, движение материала осуществляется только при вибрации лотка. Лоток разделим на m участков. Их длина выбирается такой, чтобы за один переход частицы материала могли перемещаться только в соседнюю ячейку.

В начальный момент времени на лоток подается порция материала. Пусть эта порция распределилась в две ячейки.

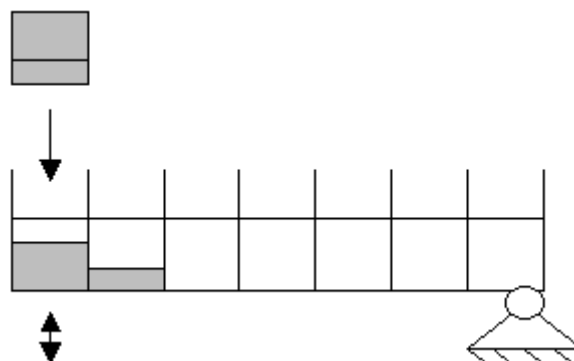


Рис. 1

Моделирующая цепь:

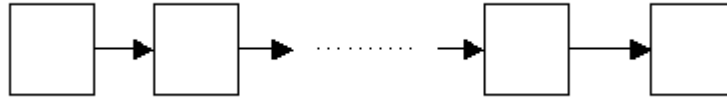


Рис. 2

(Только переход вперед или своя ячейка).

Обозначим через S вектор-строку, который характеризует состояние вещества на лотке, т.е. s_i - это количество вещества в i -ой ячейке, $i = \overline{1, m}$. Начинаям вибрировать лоток. Через промежуток времени Δt , называемым временем одного перехода, вектор $S^{(0)}$ изменится и станет $S^{(1)}$. Считая Δt постоянным, заменим непрерывное время его дискретными моментами $t_k = k\Delta t$ и будем рассматривать k как номер состояния (шага) вещества на лотке. Материал перемещается вдоль оси лотка и через n шагов достигает ссыпавшегося края, и если продолжить процесс, то материал начнет сыпаться с лотка.

Состояние системы в любой момент времени t_k ($k = \overline{1, n}$) описывается следующей матричной формулой:

$$S^{(k)} = S^{(k-1)} P. \quad (1)$$

Однородная квадратная матрица P порядка m имеет вид:

$$P = \begin{bmatrix} p & 1-p & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & p & 1-p & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & p & 1-p \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Как видно из равенства (1), для того, чтобы рассчитать прямой процесс, необходимо знать начальный вектор и матрицу переходных вероятностей.

При решении обратной задачи возможны три варианта: существует такой вектор начального состояния, из которого с известной матрицей P можно получить требуемый вектор конечного состояния; к конечному состоянию можно прийти, но для этого необходимо изменить матрицу P ; конечное состояние недостижимо.

Практический интерес представляют первые два случая. Прежде всего, необходимо получить уравнение, решением которого была бы переходная вероятность p , определяющая матрицу P .

Преобразуем для этого (1) при $k = n$ к системе вида:

[illegible]

Так как в состоянии $n-1$ последняя ячейка свободна, то $s_m^{(n-1)} = 0$. Таким образом, система (2) замкнута. Выразим из последнего уравнения $s_{m-1}^{(n-1)}$ через $s_m^{(n)}$:

$$s_{m-1}^{(n-1)} = \frac{s_m^{(n)}}{1-p}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в предыдущее уравнение системы, имеем:

$$s_{m-2}^{(n-1)} = \frac{s_{m-1}^{(n)}(1-p) - s_m^{(n)}p}{(1-p)^2}.$$

Аналогично получаем $s_{m-3}^{(n-1)}, s_{m-4}^{(n-1)}, s_{m-5}^{(n-1)}$ и т.д. до $s_1^{(n-1)}$:

$$\begin{aligned}
s_{m-3}^{(n-1)} &= \frac{s_{m-2}^{(n)}(1-p)^2 - s_{m-1}^{(n)}(1-p)p + s_m^{(n)}p^2}{(1-p)^3}, \\
s_{m-4}^{(n-1)} &= \frac{s_{m-3}^{(n)}(1-p)^3 - s_{m-2}^{(n)}(1-p)^2p + s_{m-1}^{(n)}(1-p)p^2 - s_m^{(n)}p^3}{(1-p)^4}, \\
s_{m-5}^{(n-1)} &= \frac{s_{m-4}^{(n)}(1-p)^4 - s_{m-3}^{(n)}(1-p)^3p + s_{m-2}^{(n)}(1-p)^2p^2 - s_{m-1}^{(n)}(1-p)p^3 + s_m^{(n)}p^4}{(1-p)^5}, \\
&\dots \\
s_1^{(n-1)} &= \frac{\sum_{i=2}^m (-1)^i s_i^{(n)} (1-p)^{m-i} p^{i-2}}{(1-p)^{m-1}}.
\end{aligned}$$

Подставим последнее выражение в первое уравнение системы (2):

$$\frac{\sum_{i=2}^m (-1)^i s_i^{(n)} (1-p)^{m-i} p^{i-1}}{(1-p)^{m-1}} = s_1^{(n)} \Rightarrow \sum_{i=1}^m (-1)^i s_i^{(n)} (1-p)^{m-i} p^{i-1} = 0. \quad (4)$$

Обобщая (4) для случая, когда на шаге с номером $k = \overline{n, 1}$ в векторе $S^{(k)}$ имеются $l = n - k$ последних нулевых элементов (свободные ячейки у края лотка), имеем:

$$\sum_{i=1}^{m-l} (-1)^i s_i^{(k)} (1-p)^{m-l-i} p^{i-1} = 0$$

или в общем виде

$$f(p) = 0. \quad (5)$$

Назовем функцию f функцией вероятности.

Если степень многочлена f больше четырех, то по теореме Галуа решить алгебраически уравнение (5) невозможно. Реальным путем решения является использование численных методов.

Наиболее удобным является модифицированный метод сканирования. Суть метода: отрезок $[0;1]$ локализации корней разбивается N точками на одинаковые отрезки. В каждой точке рассчитывается значение функции вероятности, абсолютная величина которого сравнивается с заданной точностью ε . Так осуществляется поиск отрезков, в которых функция f лежит внутри ε -окрестности нуля. В них ищется точка, соответствующая минимальному значению абсолютной величины f . Перед поиском желательно построить график функции вероятности на отрезке $[0;1]$. Вне окрестности смотрят знаки значений f для каждой пары соседних точек. Если знаки различны, то за корень можно принять любую точку, лежащую между рассматриваемыми точками (например, точку пересечения прямой, соединяющей значения функции вероятности, с осью абсцисс). Такой поиск можно производить и внутри ε -окрестности нуля.

Таким способом можно найти все допустимые решения уравнения (5).

Заметим, что при большом значении разности $m-l$ функция f является пологой на отрезке $[0;1]$. Поэтому применять, например, численный метод Ньютона в этом случае нежелательно – получим большую погрешность найденного корня (было проверено автором с помощью компьютерной программы, реализующей этот и предыдущий метод), а для повышения точности модифицированного метода сканирования необходимо производить вычисления с аналогом функции f :

$$\varphi(p) = Kf(p),$$

где K – коэффициент увеличения.

Далее предлагается алгоритм нахождения исходного состояния $S^{(0)}$.

НАЧАЛО

1. Задаемся вероятностью $p \neq 0$ (вырожденную матрицу P мы не рассматриваем), характеризующей конструкцию аппарата, числом шагов n и вектором конечного состояния $S^{(n)}$;
2. $k = n$;
3. $l = 0$;
4. $S^{(k-1)} = S^{(k)} P^{-1}$;
5. **ЕСЛИ** среди компонентов вектора $S^{(k-1)}$ нет отрицательных чисел (т.к. это физически невозможно), **ТО** переход к шагу 13;
6. Решаем уравнение (5) и получаем список (стек) вероятностей sp ;
7. **ЕСЛИ** список sp пуст, **ТО** переход к шагу 18;
8. Снимаем со стека sp элемент в переменную p ;
9. **ЕСЛИ** $p == 0$, **ТО** переход к шагу 7;
10. $S^{(k-1)} = S^{(k)} P^{-1}$;
11. **ЕСЛИ** среди компонентов вектора $S^{(k-1)}$ нет отрицательных чисел, **ТО** переход к шагу 13;
12. Переход к шагу 7;

13. Вывод $S^{(k-1)}$ и p ;
14. $k = k - 1$;
15. $l = l + 1$;
16. **ЕСЛИ** $k == 0$, **ТО** переход на **КОНЕЦ** (результат работы алгоритма – вектор $S^{(0)}$);
17. Переход к шагу 4;
18. Вывод "Невозможно найти предыдущее состояние для процесса с двухдиагональной матрицей P "

КОНЕЦ

Для проведения расчетов в реальном режиме времени поиск матрицы P^{-1} необходимо реализовать с использованием матричных алгоритмов математического пакета MATLAB 7.0 и базовой технологии операционной системы Windows – технологии COM (т.е. MATLAB предоставляет доступ внешним программам к основным функциям пакета).

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. С1 2138783. Способ непрерывного дозирования сыпучих материалов / В.Ф. Першин, С.В. Барышникова. Тамб. гос. техн. ун. №98110695/28; Заяв. 04.06.98; Оpubл. 27.09.99. Бюл. №27, 1999.
2. Pershin V., Barishnikova S. Use of two-stage feeding for preparing bulk solids mixture // Proceedings of The First European Congress on Chemical Engineering, V.2, pp. 993-995, Florence, 1997.